

**Županijsko natjecanje iz fizike 2017/2018**  
**Srednje škole – 1. grupa**  
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

**1. zadatak (11 bodova)**

U prvom vremenskom intervalu  $\Delta t_1 = 7$  s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem  $a_1 = 0.5$  m/s<sup>2</sup>. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u  $t = 7$  s iznosi:

$$v_1 = v_0 + a_1 \Delta t_1 = 11.5 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Automobil u prvom vremenskom intervalu prelazi put:

$$s_1 = v_0 \Delta t_1 + \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 = 68.25 \text{ m. (1 bod)}$$

U drugom vremenskom intervalu  $\Delta t_2 = 5$  s automobil se giba jednoliko brzinom  $v_2 = v_1 = 11.5$  m/s te prelazi put:

$$s_2 = v_2 \Delta t_2 = 57.5 \text{ m. (1 bod)}$$

U trećem vremenskom intervalu  $\Delta t_3 = 3$  s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem  $a_3 = 1.5$  m/s<sup>2</sup>. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u  $t = 15$  s iznosi:

$$v_3 = v_2 + a_3 \Delta t_3 = 16 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Automobil u trećem vremenskom intervalu prelazi put:

$$s_3 = v_2 \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_3 (\Delta t_3)^2 = 41.25 \text{ m. (1 bod)}$$

U četvrtom vremenskom intervalu  $\Delta t_4 = 8$  s automobil se giba jednoliko brzinom  $v_4 = v_3 = 16$  m/s te prelazi put:

$$s_4 = v_4 \Delta t_4 = 128 \text{ m. (1 bod)}$$

U petom vremenskom intervalu  $\Delta t_5 = 6$  s automobil se giba jednoliko usporeno usporenjem  $a_5 = -0.75$  m/s<sup>2</sup>. Brzina na kraju petog vremenskog intervala, u  $t = 29$  s iznosi:

$$v_5 = v_4 + a_5 \Delta t_5 = 11.5 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Automobil u petom vremenskom intervalu prelazi put:

$$s_5 = v_4 \Delta t_5 - \frac{1}{2} a_5 (\Delta t_5)^2 = 82.5 \text{ m. (1 bod)}$$

**bod)**

Automobil je prešao ukupni put:

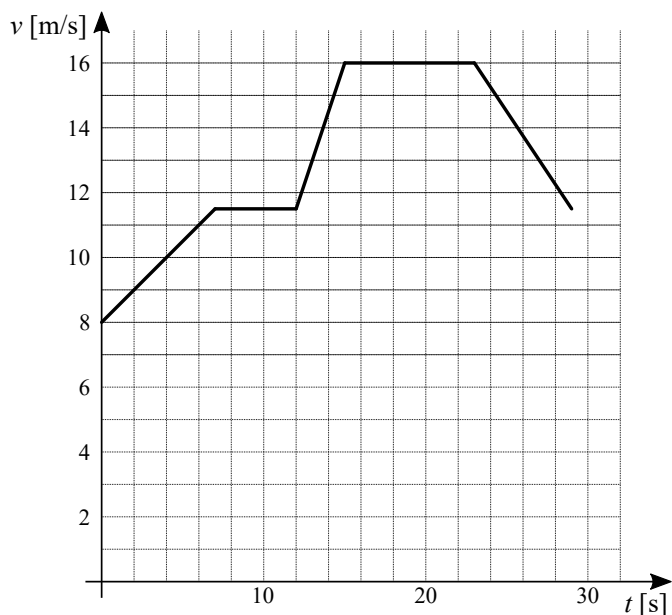
$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 68.25 \text{ m} + 57.5 \text{ m} + 41.25 \text{ m} + 128 \text{ m} + 82.5 \text{ m} = 377.5 \text{ m.}$$

Srednja brzina automobila iznosi:

$$\bar{v} = \frac{s}{t_{\text{ukupno}}} = \frac{377.5 \text{ m}}{29 \text{ s}} = 13 \text{ m/s. (1 bod)}$$

**bod)**

$v(t)$  graf prikazan je na slici desno. (2 boda)



**2. zadatak (10 bodova)**

Vlak A od ulaska do izlaska iz tunela prelazi put:

$$d + l_A = v_A t_{\text{ukupno}}, \text{ (1 bod)}$$

gdje je  $d$  duljina tunela,  $l_A$  duljina vlaka A,  $v_A = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$  brzina vlaka A i  $t_{ukupno}$  vrijeme gibanja vlaka A kroz tunel. Slijedi da je:

$$t_{ukupno} = \frac{d + l_A}{v_B} = \frac{554 \text{ m} + 98 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 65.2 \text{ s. (1 bod)}$$

Vlak B se na putu  $s$  giba  $t_s = 23 \text{ s}$  jednoliko ubrzano ubrzanjem  $a_B$  i početnom brzinom  $v_{B0} = 11 \text{ m/s}$ . Vrijedi:

$$s = v_{B0}t_s + \frac{1}{2}(v_{B1} - v_{B0})t_s, \text{ (1 bod)}$$

gdje je  $v_{B1}$  brzina vlaka B u trenutku ulaska u tunel. Za gibanje vlaka B u tunelu vrijedi:  $d + l_B = v_{B1}(t_{ukupno} - t_s)$ , (1 bod)

gdje je  $l_B$  duljina vlaka B. Slijedi da je brzina  $v_{B1}$  jednaka:

$$v_{B1} = \frac{d + l_B}{t_{ukupno} - t_s} = \frac{554 \text{ m} + 79 \text{ m}}{65.2 \text{ s} - 23 \text{ s}} = 15 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Udaljenost vlaka B od tunela u trenutku ulaska vlaka A u tunel jednaka je:

$$s = \frac{1}{2}(v_{B1} + v_{B0})t_s = \frac{1}{2}(11 \text{ m/s} + 15 \text{ m/s})23 \text{ s} = 299 \text{ m. (1 bod)}$$

Ubrzanje vlaka B na putu  $s$  jednako je:

$$a_B = \frac{v_{B1} - v_{B0}}{t_s} = 0.174 \text{ m/s}^2. \text{ (1 bod)}$$

Postavimo ishodište koordinatnog sustava u točku ulaska vlaka A u tunel. Uzmimo trenutak ulaska vlaka B u tunel za početni trenutak. Tada vrijedi:

$$x_A(t) = v_A(t_s + t),$$

$$x_B(t) = d - v_{B1}t.$$

U trenutku kada su se vlakovi sreli, njihove koordinate položaja su jednake:

$$v_A(t_s + t') = d - v_{B1}t' \Rightarrow t' = \frac{d - v_A t_s}{v_A + v_{B1}} = 12.96 \text{ s. (1 bod)}$$

Prema tome, vlakovi će se sresti na udaljenosti

$$x_A(t') = v_A(t_s + t') = 359.6 \text{ m od ulaza u tunel vlaka A. (1 bod)}$$

Relativna brzina vlaka B u odnosu na referentni sustav, u kojem vlak A miruje, iznosi:

$$v_{B,rel} = v_{B1} + v_A = 25 \text{ m/s.}$$

Vrijeme mimoilaženja vlakova jednako je:

$$t_m = \frac{l_A + l_B}{v_{B,rel}} = \frac{98 \text{ m} + 79 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 7.08 \text{ s. (1 bod)}$$

### 3. zadatak (10 bodova)

Kvadar će se gibati uz kosinu dok se ne zaustavi, a zatim će se gibati niz kosinu. Dijagram sila na kvadar za vrijeme gibanja uz kosinu prikazan je na slici desno. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za gibanje kvadra u smjeru paralelno kosini i u smjeru okomito na kosinu oblika:

$$ma_1 = \frac{1}{2}mg + F_{tr}, \text{ (1 bod)}$$

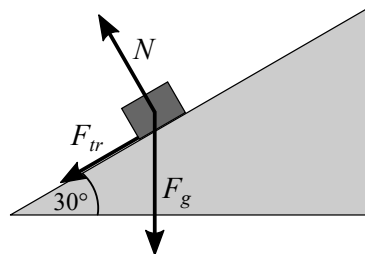
$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - N. \text{ (1 bod)}$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu N. \text{ (1 bod)}$$

Silu reakcije podloge izrazimo pomoću druge jednadžbe i uvrstimo u izraz za silu trenja te dobijemo:

$$F_{tr} = \mu \frac{\sqrt{3}}{2}mg.$$



Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za ubrzanje kvadra dobijemo:

$$a_1 = \frac{1}{2} (1 + \mu\sqrt{3}) g = 6.69 \text{ m/s}^2. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Dakle, kvadar se giba jednoliko usporeno uz kosinu. Vrijeme do zaustavljanja je:

$$0 = v_0 - a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{4 \text{ m/s}}{6.69 \text{ m/s}^2} = 0.6 \text{ s.}$$

Put koji prijeđe u tom vremenu jednak je:

$$s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{v_0^2}{2a_1} = 1.2 \text{ m.}$$

Tijelo će se nakon zaustavljanja početi gibati jednoliko ubrzano niz kosinu. U ovom slučaju sila trenja djeluje paralelno kosini u smjeru uz kosinu. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za smjer paralelan kosini u slučaju gibanja niz kosinu oblika:

$$ma_2 = \frac{1}{2} mg - F_{tr}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Ubrzanje tijela niz kosinu jednako je:

$$a_2 = \frac{1}{2} (1 - \mu\sqrt{3}) g = 3.12 \text{ m/s}^2. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon vremena:

$$v = v_0 = a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{4 \text{ m/s}}{3.12 \text{ m/s}^2} = 1.28 \text{ s.}$$

U ovom vremenu tijelo će prijeći put:

$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = 2.56 \text{ m.}$$

Prema tome, tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon

$$t = t_1 + t_2 = v_0 \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) = 1.88 \text{ s} \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

vremena te u tom vremenu prijeđe ukupan put:

$$s = s_1 + s_2 = \frac{v_0^2}{2} \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) = 3.76 \text{ m.} \quad (\mathbf{2 \text{ boda}})$$

#### 4. zadatak (9 bodova)

Na slici su prikazane sve sile na tijela A i B pri čemu su sile na tijelo A označene crvenom bojom, a sile na tijelo B zelenom bojom (**2 boda**). Tijelo A će se gibati vertikalno prema dolje ubrzanjem  $a_A$ , a tijelo B će se gibati u horizontalnom smjeru ulijevo ubrzanjem  $a_B$ . Drugi Newtonov zakon za tijelo A u horizontalnom i vertikalnom smjeru, respektivno, glasi:

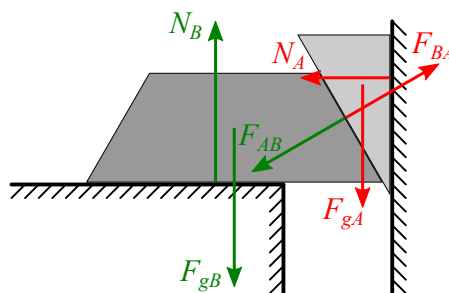
$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{BA} - N_A,$$

$$m_A a_A = m_A g - \frac{1}{2} F_{BA}. \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

Drugi Newtonov zakon za tijelo B u horizontalnom i vertikalnom smjeru, respektivno, glasi:

$$m_B a_B = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{AB}, \quad (\mathbf{1 \text{ bod}})$$

$$0 = N_B - m_B g - \frac{1}{2} F_{AB}.$$



Prema trećem Newtonovom zakonu sila tijela A na tijelo B  $F_{AB}$  jednakog je iznosa sili tijela B na tijelo A  $F_{BA}$ , odnosno vrijedi  $F_{AB} = F_{BA}$  (1 bod). Tijelo A u vremenskom intervalu  $\Delta t$  pomakne se u vertikalnom smjeru za  $\Delta y$ . U istom vremenskom intervalu tijelo B pomakne se u horizontalnom smjeru za  $\Delta x$ . Sa slike se može vidjeti da je omjer pomaka jednak:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Budući da su vremenski intervali u kojima tijela A i B naprave pomake  $\Delta y$  i  $\Delta x$ , respektivno, jednaki, njihova ubrzanja se odnose na isti način. Prema tome, vrijedi:

$$\frac{a_A}{a_B} = \sqrt{3}. \quad (1 \text{ bod})$$

U zadatku je zadan omjer masa tijela A i B  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{4}$  iz čega slijedi  $m_B = 4m_A$ . Iz treće jednadžbe slijedi:

$$F_{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}m_B a_B = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 4m_A \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}a_A = \frac{8}{3}m_A a_A. \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobije se:

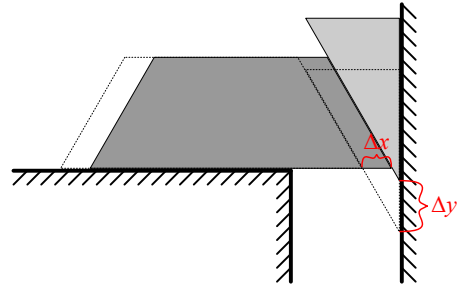
$$m_A a_A = m_A g - \frac{1}{2} \frac{8}{3} m_A a_A,$$

$$\left(1 + \frac{4}{3}\right) a_A = g,$$

$$a_A = \frac{3}{7}g. \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi da je ubrzanje tijela B jednako:

$$a_B = \frac{1}{\sqrt{3}}a_A = \frac{\sqrt{3}}{7}g. \quad (1 \text{ bod})$$



## 5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme od trenutka izbačaja loptica do njihovog sudara jednako je vremenu potrebnom da loptica, koju je bacila Marica, prijeđe njihov međusobni horizontalni razmak:

$$s = v_M t_{ukupno} \Rightarrow t_{ukupno} = \frac{s}{v_M} = 1 \text{ s}. \quad (1 \text{ bod})$$

U tom će vremenu loptica, koju je bacila Marica, pasti za:

$$h_M = \frac{1}{2}gt_{ukupno}^2 = 5 \text{ m}, \quad (1 \text{ bod})$$

dok se loptica, koju je bacio Ivica, u istom trenutku nalazi na visini:

$$h_I = v_{I0}t_{ukupno} - \frac{1}{2}gt_{ukupno}^2 = 3 \text{ m}$$

u odnosu na svoju početnu visinu. Prema tome, vertikalna udaljenost položaja izbačaja loptica iznosi:

$$\Delta h = h_I + h_M = 8 \text{ m}. \quad (1 \text{ bod})$$

Ovisnost brzine loptice, koju je bacio Ivica, o vremenu je oblika:

$$v_I(t) = v_{I0} - gt.$$

Uvrštavanjem  $t_{ukupno}$  u prethodnu jednadžbu dobije se brzina loptice, koju je bacio Ivica, neposredno prije sudara:

$$v_I(t_{ukupno}) = v_{I0} - gt_{ukupno} = -2 \text{ m/s}. \quad (1 \text{ bod})$$

Dakle, iznos brzine je 2 m/s, a smjer vertikalno prema dolje. Brzina loptice, koju je bacila Marica, neposredno prije sudara ima dvije komponente: komponentu u horizontalnom smjeru iznosa 5 m/s i u vertikalnom smjeru prema dolje iznosa:

$$v_{M, \text{vertikalno}} = gt_{\text{ukupno}} = 10 \text{ m/s.}$$

Ukupna brzina je:

$$v_M = \sqrt{5^2 + 10^2} \text{ m/s} = 11.2 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Smjerovi brzina loptica neposredno prije sudara prikazani su na slici (1 bod). U slučaju sudara loptica u točki najviše putanje loptice koju je bacio Ivica, najprije treba odrediti položaj sudara. Vrijeme potrebno da loptica, koju je bacio Ivica, dosegne maksimalnu visinu svoje putanje jednako je:

$$0 = v_I - gt_{\text{max}} \Rightarrow t_{\text{max}} = \frac{v_{I0}}{g} = 0.8 \text{ s, (1 bod)}$$

a maksimalna visina iznosi:

$$h_{\text{max}} = \frac{1}{2}gt_{\text{max}}^2 = 3.2 \text{ m.}$$

Prema tome, loptica, koju je bacila Marica, mora prijeći vertikalnu udaljenost:

$$h'_M = 8 \text{ m} - 3.2 \text{ m} = 4.8 \text{ m. (1 bod)}$$

Time je određeno vrijeme pada loptice koju je bacila Marica:

$$h'_M = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2h'_M}{g}} = 0.98 \text{ s.}$$

Nadalje, brzina kojom Marica treba baciti lopticu u horizontalnom smjeru iznosi:

$$v'_M = \frac{l}{t'} = 5.1 \text{ m/s. (1 bod)}$$

Marica treba baciti lopticu prije Ivica i to za  $\Delta t = t' - t_{\text{max}} = 0.18 \text{ s. (1 bod)}$

